



10 лет
научному центру
ComHighTech

Навстречу
75-летнему
юбилею ТулГУ

ИЗВЕСТИЯ

ТУЛЬСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

*Компьютерные технологии
в соединении материалов*



Выпуск 3

2005

*Секция I. "АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И ТЕХНОЛОГИЙ
ИХ ИЗГОТОВЛЕНИЯ"*

УДК 621.791

Х.К.Д.Х. Бхадешия, д-р, проф.
Кембриджский университет, Лондон, Великобритания

**ДОСТОВЕРНОСТЬ РАСЧЕТОВ
МИКРОСТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ СВАРНОГО ШВА***

В лекции, прочитанной на заседании Американского сварочного общества известным профессором физической металлургии д-ром Бхадешии, рассмотрены вопросы теории твердофазных превращений в условиях сварки. Показано, что моделирование структурообразования феррита и расчет свойств сварного шва может заменять экспериментальные работы.

H.K.D.H. Bhadeshia, Dr., Prof.
University of Cambridge, London, England

**RELIABILITY OF WELD MICROSTRUCTURE AND
PROPERTY CALCULATIONS**

In the lecture read at session of the American Welding Society by the known professor of physical metallurgy by Dr. Bhadeshia, questions of the theory твердофазных transformations into conditions of welding are considered. It is shown, that modelling of microstructurization of ferrite and calculation of properties of a welded seam can replace experimental works.

Наша повседневная жизнь определяется огромным разнообразием сталей, которые привычно используются. Сталь – надежный и дешевый материал. Но за этим стоят специальные технологии и наука, которые разрабатывают более лучшие стали, чем используемые в грандиозных сооружениях. Примером могут служить гигантские нефтяные платформы Северного моря, нефте- и газопроводы, проходящие через тундру, и 101 этажный небоскреб в Тайване, являющийся самым высоким зданием мира (рис. 1). Они выполнены из стали и зависят от сварки, которая использовалась при монтаже.



Рис. 1. 101 этажный небоскреб в Тайване, сделанный из стали и стекла. Фото Саурмэйла

Проектирование сварки: эксперимент или модель?

Сварной шов - это неоднородность в качественно изготовленной стали, и это дефект, которым необходимо управлять. Одним из способов управления является глубокое понимание проблем металлургии. Сварной шов состоит из различных зон, каждая из которых является следствием взаимодействия теплопереноса и фазовых превращений в металле сварного шва и основном металле.

Из всех зон металла шва является особенно перспективным для проектирования, так как его уже нельзя исправить [1-3]. Это контрастирует с качественно полученной сталью, которая может быть получена с использованием всех средств, имеющихся на современном сталеплавильном предприятии. Академическая деятельность оказала поддержку этой промышленности, как в создании специальной науки, так и в создании количественных методов получения сплавов. Учитывая все эти усилия, я буду использовать этот доклад для исследования необходимости проведения экспериментов при разработке свариваемых материалов. Достаточно ли достоверны модели, чтобы их использовать в промышленности без контроля?

В этой статье основное внимание уделено ферритным сталям, ежегодный объем использования которых составляет около миллиарда тонн. Разработка сварочных материалов включает испытание металла шва, при котором шов наплавляется так, чтобы образцы могут быть получены без смешения с основным металлом. Литература богата данными испытаний такого вида, которые в огромном количестве использовались при разработке моделей.

Определение характеристик металла сварного шва

Необходимые параметры для вычисления микроструктуры и свойств металла сварного шва при сварке стали, показаны в верхней строке на рис. 2 [4, 5].



Рис. 2. Блок-схема расчетов микроструктуры и свойств сварного шва

Химический состав, условия охлаждения и размер зерна аустенита оказывают решающее влияние на основные характеристики металла сварного шва. Сущность процесса сварки и геометрии сварного соединения

отображаются кривой охлаждения, и существует много моделей различного уровня сложности, способных предсказывать изменение температуры в зависимости от времени и координат. Как будет показано ниже, химический состав сплава определяет термодинамику превращений и характер возникающей неоднородности.

Структура зерна аустенита является параметром, имеющим огромное значение и который иногда игнорируется при анализе микроструктуры.

Кривая охлаждения

Известно много исследований, посвященных расчету термического цикла сварки. Наиболее сложные модели учитывают геометрию сварного шва, силы гравитации, поверхностное натяжение, выталкивающую силу, электромагнитные силы, перенос электродного металла, зависимость теплофизических свойств от температуры и турбулентности и т.д. [6]. Достаточно точно могут быть рассчитаны формы сварочной ванны, и при наличии отклонений вводятся эмпирические поправки с учетом физических ограничений. С современной точки зрения кривая охлаждения, действительно, является важной особенно для твердофазных превращений в интервале температур между около 900 °С и началом мартенситного превращения, поэтому время $t_{8/5}$ является популярной величиной в сварочной промышленности. Это значительно упрощает проблему, так как скорость охлаждения dT/dt металла шва достаточно точно может быть представлена независимо от координаты простым уравнением [7,8]

$$\frac{dT}{dt} = \frac{C_1(T - T_i)^{C_2}}{Q\eta} \quad (1)$$

где Q – погонная энергия, η – КПД процесса и T_i – температура предварительного подогрева или межслойная температура.

Из литературы по сварке известно множество кривых охлаждения - для отдельного процесса и формы сварного шва это уравнение может быть применено, получив эмпирические константы C_1 и C_2 . Такие константы годны для большого разнообразия сварочных процессов и эта простая методика довольно хорошо работает на практике. Точные вычисления, при которых правильно моделированная сварочная ванна, дают только небольшую погрешность при расчете микроструктур. Это происходит потому, что скорость охлаждения в интервале превращения относительно нечувствительна к явлениям конвекции в сварочной ванне.

Структура зерна аустенита

Столбчатые зерна аустенита в сварном шве получаются в большинстве случаев из столбчатых зерен δ - феррита, которые растут эпитаксиально поверхности расплава на ранних стадиях кристаллизации. Столбчатая форма сильно отличается от равноосных зерен, обнаруженных в большинстве сталей,

и требует особого подхода в определении суммарной площади поверхности зерен аустенита в единице объема S_V . Показано, что столбчатые зерна могут быть описаны как шестиугольные призмы в системе трех координат (длина c и сторона a). Из этого следует, что для определения количества анизотропной зеренной структуры необходимы два связанных параметра: средний линейный и средний секториальный отрезки. Так как зерна имеют намного большую длину, чем ширину, то достаточно хорошим приближением является то, что средний линейный отрезок, измеренный в поперечных сечениях швов L_m по направлению нормали к столбам, соответственно описывает S_V [9]. В этой работе приведены уравнения, связывающие S_V с химическим составом металла шва и количеством вводимого тепла.

Легирующие элементы

Металл шва может содержать 20 или более растворов, которые введены случайно: С, Mn, Si, Ni, Mo, Cr, V, Co, B, N, O... . Некоторые из них, вроде бора, могут присутствовать в малых количествах, но все же могут оказывать большое влияние на микроструктуру. Соединения оказывают воздействие на сталь с помощью двух основных механизмов:

1) Относительная устойчивость аустенита γ и феррита α вызвана термодинамическим эффектом, который может быть выражен строго в виде разности свободных энергий Гиббса $G^\alpha - G^\gamma$, часто называемый "движущей силой" превращений. Это термодинамическая величина входит непосредственно в кинетическую теорию, например в уравнениях, описывающих классическое зарождение кристалла. Теперь можно вычислить эти свободные энергии и, конечно, выразить их в виде диаграмм фазового состояния. Такие вычисления могут проводиться для многокомпонентных и многофазных сталей, используя фирменное или бесплатное программное обеспечение.

2) Второй механизм является более тонким, так как зависит от скорости превращений. Равновесная растворимость легирующего элемента не одинакова в аустените и феррите. Если позволяют условия, растворенное вещество будет иметь тенденцию к распределению между стадиями превращений. Требуемая диффузия может тогда ограничить кинетику процесса. Это значимый эффект, который включает большое число атомов и поверхностей, сопоставимых размеру изделия. Другое кинетическое влияние равноценной важности может быть вызвано мгновенными концентрациями растворенного вещества - не соответствующие атомы могут сегрегировать на поверхности раздела. При этом они уменьшают поверхностную межфазную энергию на единице площади. Это механизм, по которому бор влияет на изменения межзеренных границ аустенита менее эффективно, чем на места гетерогенного зародышебразования для феррита. Следы бора могут иметь огромное влияние на закаливаемость, далеко от ожидаемого влияния на $G^\alpha - G^\gamma$.

Превращения в твердой фазе

Аллотриоморфный феррит

Описав три параметра, которые влияют на зародышеобразование микроструктуры металла шва, обратимся к сложному массиву фазовых изменений, происходящих при охлаждении металла шва [1-5]. Основные особенности образованной микроструктуры схематично показаны на рис. 3. Она состоит из аллотриоморфного феррита α_a , Видманштеттова феррита α_w , игольчатого феррита α и т.н. микрофаз, которые могут включать малые количества мартенсита, остаточного аустенита или выродившегося перлита. Бейнит в виде групп параллельных пластинок также найден в некоторых образцах сварных швов, применяемых в энергетической промышленности.

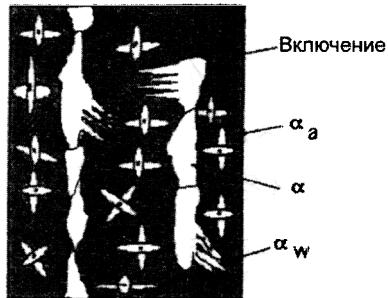


Рис. 3. Схематическое представление микроструктуры металла сварного шва

Эти все фазы образуются при охлаждении, начиная с формирования межзеренных границ аустенита со слоями аллотриоморфного феррита. Они, вероятно, служат центром кристаллизации и затем растут со скоростью, управляемой диффузией углерода в аустените γ перед межфазной границей α/γ . Замещающие элементы не распределяются - этот вид превращения происходит в состоянии т.н. «паравновесия».

Теория показывает, что толщина q феррита изменяется по параболическому закону со временем t

$$q = \alpha_1 t^{1/2}, \quad (2)$$

где α_1 – параболическая константа скорости изменения толщины, которая находится из уравнения

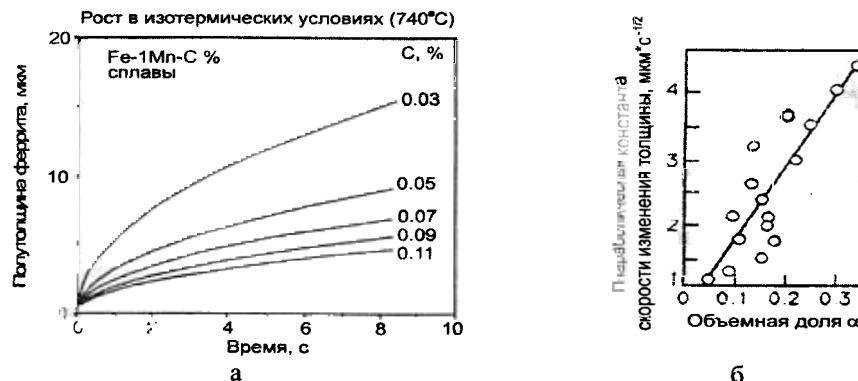
$$2\sqrt{\frac{D}{\pi}} \frac{x^{\gamma\alpha} - \bar{x}}{x^{\gamma\alpha} - x^{\alpha\gamma}} = \alpha_1 \exp\left\{-\frac{\alpha_1^2}{4D}\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{\alpha_1}{2\sqrt{D}}\right\}, \quad (3)$$

где $x^{\gamma\alpha}$ и $x^{\alpha\gamma}$ – паравновесные концентрации углерода в аустените и феррите соответственно на межфазной поверхности (получены, используя термодинамические расчеты, описанные ранее); \bar{x} – средняя концентрация углерода в сплаве; D – средневзвешенный коэффициент диффузии углерода в аустените, определяемый как:

$$\underline{D} = \int_{x^{\alpha\gamma}}^{\bar{x}} \frac{D(x)dx}{\bar{x} - x^{\alpha\gamma}}, \quad (4)$$

где D - коэффициент диффузии углерода в аустените при частной концентрации углерода.

Некоторые примеры расчета показаны на рис. 4а, где показано, что толщина наиболее чувствительна к концентрации углерода, когда последний в ряду близок к растворимости углерода в феррите; это потому, что распределение углерода уменьшается ввиду того, что средняя концентрация $\bar{x} \rightarrow x^{\alpha\gamma}$. Как будет показано ниже, это разъясняет некоторые эквивалентные уравнения углерода, распространенные в промышленности. На рисунке 4б показано, что стадией образования центров кристаллизации в слоях феррита можно пренебречь, потому что объемная доля v_α строго коррелирует с α_1 для большого разнообразия свариваемых металлов.



Сварные швы остывают долго, поэтому вышеупомянутые уравнения должны быть проинтегрированы в интервале температур от T_h до T_l , начальной и конечной температуры для α . T_h определена по расчетным ТТТ-диаграммам (время-температура-превращение) [10] (рис. 5) и по правилу *Sheil*. T_l принята для точки, где превращения вытеснения проходят с доминирующей скоростью. Как только была рассчитана толщина слоев α , то стало ясно, что она связана с объемной долей феррита геометрией зерен аустенита

$$v_\alpha = \left[\frac{2q \tan\{30\text{deg}\}}{(2a - 2q \tan\{30\text{deg}\})} \right] / a^2, \quad (5)$$

так что ее влияние на размер зерна аустенита стало очевидным.

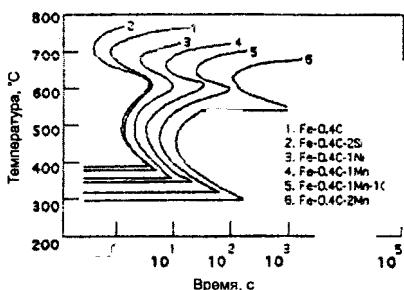


Рис. 5. Расчетные ТТТ диаграммы для разных сплавов. Каждая диаграмма состоит из двух кривых охлаждения, более высокая температура представляет восстановительные реакции (например α) и более низкая кривая, вытесняющие превращения ($\alpha_w, \alpha_a, \alpha_b$).

Видманштеттов феррит

Пластинки Видманштеттова феррита растут почти равновесно и с увеличением скорости G , контролируемой диффузией углерода перед краями пластинок. Так как смещения связаны с превращением, то необходимо рассчитать энергию деформации. Пластины заключены в зернах аустенита, в которых они зарождаются, и они растут настолько быстро, что пересекают зерна (рис. 6а). Используемая здесь теория строгая и доказанная, но объемная доля Видманштеттова феррита ν_w плохо коррелирует с G (рис. 6б).

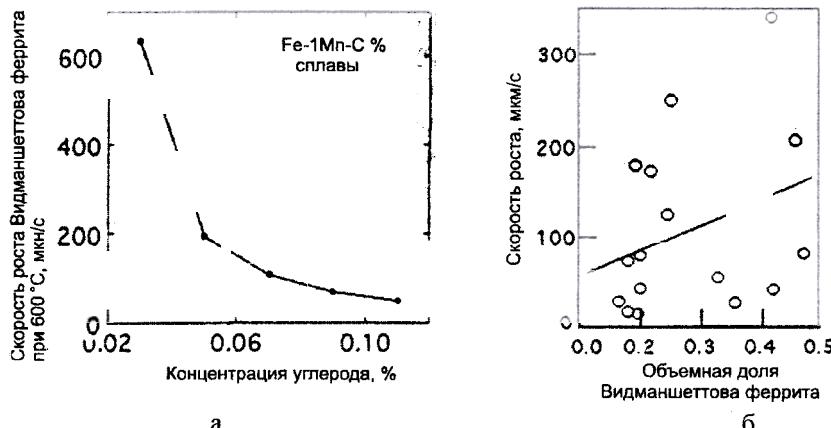


Рис. 6, а – Расчетная скорость роста α_w и б – плохая корреляция между объемной долей и скоростью роста Видманштеттова феррита

Смещение возникает потому, что при остывании сварного шва индуцируется зародыши Видманштеттова и игольчатого феррита от включений, рассредоточенных в пределах зерна аустенита. При этом происходит соревнование за аустенит, которое вызывает возможность столкновения между внутризеренными зародышами игольчатого и Видманштеттова феррита. Как показано на рис. 7, если содержание примеси мало, то быстрый рост α и α_w охватывает большую часть аустенита, уменьшая, таким образом, способность формировать α_a . Наоборот, в высоколегированных сварочных сплавах, игольчатый феррит имеет возможность развиваться и действительно подавлять проникновение Видманштеттова феррита в зерно аустенита.

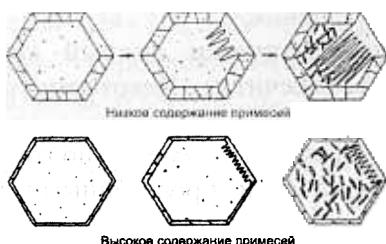


Рис. 7. Шестиугольники являются поперечными сечениями столбчатого зерна аустенита, точки представляют собой включения

Объемная доля образующегося Видманштеттова феррита зависит не только от скорости роста, но от толщины аллотриоморфного феррита и времени, требуемого для его роста поперек зерна аустенита, и формы зерна аустенита

$$v_w = C_4 G \left(2a - 4q \tan\{30 \deg\} t_2^2 / (2a)^2 \right), \quad (6)$$

где C_4 – константа, независящая от структуры сплава, и t_2 – функция от процесса столкновения. Как будет видно ниже, хорошая сходимость этого расчета с результатами экспериментов будет получена.

Наконец, стоит сказать об игольчатом феррите, который является весьма желательной структурой [1–5]. Его микроструктура состоит из внутризеренных кристаллических пластинок, которые расходятся во многих направлениях от места образования центра кристаллизации. Это ведет к хаотической микроструктуре, которая способна тормозить трещины. Поэтому это значительно и трудно. Можно с уверенностью предположить, что игольчатый феррит является внутризеренным бейнитом с зародышами кристаллизации и места гетерогенного зародышеобразования являются сложными неметаллическими включениями, обычными в сварных швах, или же примеси или как преднамеренные добавки. Существует значительное качественное понимание типа включений, которые являются наиболее благоприятными.

Также существуют количественные методы оценки типа включения, которое формируется в течение кристаллизации и последующего охлаждения. Количественные подробности вычисления игольчатого феррита рассматриваются в другой работе [11].

Сегрегация, вызванная кристаллизацией

Как было предположено выше, химический состав металла сварного шва однороден. На практике дело обстоит иначе, потому что металл шва остывает быстро и могут возникнуть неконтролируемые изменения условий сварки. Хорошую оценку величины сегрегации дает коэффициент распределения k_i , который является отношением концентрации вещества i в твердом состоянии к жидкому. Коэффициент может быть легко рассчитан и использован для определения структуры областей сварного шва с большим и малым содержанием вещества (углерод очень мобилен, поэтому принято, что он равномерно распределен). Эта информация может быть использована для оценки воздействия на T_h для аллотриоморфного феррита, который затем оказывает влияние на все последующие превращения.

Резюмируя, можно утверждать, что фактически каждый компонент микроструктуры сварного шва может быть рассчитан. Некоторые примеры представлены на рис. 8.

Подобные прогнозы были в значительной степени подтверждены опубликованными экспериментальными данными и проведенными новыми экспериментами.

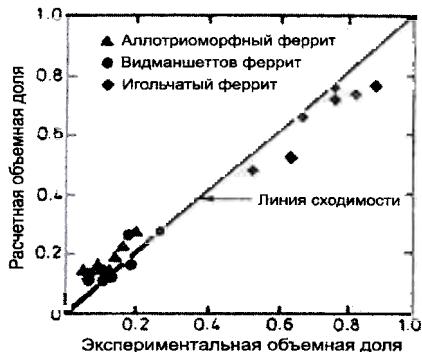


Рис. 8. Пример соответствия измеренной и расчетной микроструктур шва

Интересным результатом, полученным из этих вычислений, является то, что микроструктура чувствительна к углероду, если его концентрация сопоставима с его растворимостью в феррите. Кажется, что сварочная промышленность полностью признала это, предложив использовать два различных уравнения для определения эквивалента углерода СЕ:

$$IW > 0.18 \text{ вес. \% C} \quad CE = C + \frac{Mn + Si}{6} + \frac{Ni + Cu}{15} + \frac{Cr + Mo + V}{5} \text{ wt\%} \quad (7)$$

$$Ito-Besseyo < 0.18 \text{ вес. \% C} \quad CE = C + \frac{Si}{30} + \frac{Mn + Cu + Cr}{20} + \frac{Ni}{15} + \frac{Mo}{10} + \frac{V}{10} + 5B \text{ wt\%} \quad (8)$$

Для случая IW зависимость СЕ для раствора замещения типа марганца больше, чем для СЕ низкоуглеродистых сталей. Это происходит в низкоуглеродистых сталях потому, что углерод имеет большее влияние на кинетику превращения.

Предел текучести

Для отдельной стадии предел текучести может быть разложен как ряд составляющих [12]:

$$\sigma = \sigma_{Fe} + \sum_i x_i \sigma_{SSi} + x_C \sigma_C + K_L \{L\} + K_D \rho_D^{0.5}, \quad (9)$$

где x_i – концентрация раствора замещения, который представлен здесь индексом i . Другими переменными в этом уравнении являются: K_L – упрочнение вследствие размера зерна, $115 \text{ MN} \cdot \text{m}^{-1}$, K_D – дислокационное упрочнение, $7.34 \times 10^{-6} \text{ MN} \cdot \text{m}^{-1}$, σ_{Fe} – чистое отожженное Fe, $219 \text{ MN} \cdot \text{m}^{-2}$ при 300 K , σ_{SSi} – упрочнение i -го раствора замещения, σ_C – упрочнение твердого раствора из-за углерода, ρ_D – плотность дислокаций, обычно 10^{16} m^{-2} , L – размер пластинки феррита, обычно $0.2 \mu\text{m}$.

Учитывая микроструктуру, предел прочности может быть вычислен по правилу смешения отдельных стадий, т.е. $\sigma = \sum_i \sigma_i V_i$, где V_i – доля i -й фазы и σ_i – соответствующее напряжение. Более сложные методы, объединяющие воздействие различных фаз также применимы, но возможно использовать

твърдо установившуюся теорию для оценки предела прочности металла сварного шва.

Комплексные свойства

Производство полезных разработок и конструкций основано не только на напряжении. Свойства типа усталости, ударной вязкости, сопротивления напряжению коррозии, сопротивления ползучести и т.д. обычно рассматриваются в процессе проектирования [13]. Эти свойства являются "комплексными" в смысле того, что они могут быть измерены и использованы в проектировании, но не могут быть предсказаны. Нет никакой теории, которая могла бы учесть большое количество факторов, которые управляют этим свойствами.

Обычный способ к решению таких проблем состоит в применении регрессионного анализа, в котором экспериментальные данные сведены в некоторые зависимости, которые обычно являются линейными. Результатом является уравнение, в котором каждый входной параметр x_i умножен на вес w_j , сумма всех этих результатов и константа θ затем дают оценку выходного параметра $y = \sum_j w_j y_j + \theta$. Точно так же получены уравнения баланса углерода.

Нейронная сеть является обобщенным методом регрессионного анализа. Как и ранее входные параметры x_i умножаются на их веса, но сумма всех этих результатов является аргументом функции гиперболического тангенса [14, 15]. Выходной параметр y поэтому является нелинейной функцией от x_i , функцией обычно принимают гиперболический тангенс из-за ее гибкости. Объединение многих этих функций увеличивает достижимую гибкость. Некоторые преимущества сети над обычной регрессией могут быть представлены следующим образом:

1. Нет необходимости задания функции, к которой данные должны быть приспособлены. Функция – результат процесса создания сети.
2. Сеть способна охватить сколь угодно нелинейных соотношений.
3. Используя Байесовские методы, можно оценить неточность экстраполяции.

Теперь рассмотрим два последних пункта подробно. Комплексность и гибкость соотношений, которые могут быть получены, показаны на рис. 9, при использовании только четырех гиперболических функций тангенса ("скрытые единицы") для двух входных параметров

$$y = \tanh\{wx_1 - 2\} + \tanh\{x_1^2 - w\} + \tanh\{wx_2 + 2\} + \tanh\{x_2^2 - w\} + 1. \quad (10)$$

Форма поверхности показывает резкие изменения, поскольку меняются веса от $w=3.5$ до $w=10$. Вообразите, что можно сделать при использовании еще большего количества гиперболических тангенсов, переменных и весов.



Рис. 9. Иллюстрация сложности функции (два входных параметра), которая может быть получена при использовании простой нейронной сети только с четырьмя неизвестными переменными. Два рисунка получены для одной и той же математической функции, но с различными весами



Рис. 10. Две функции, которые точно соответствуют экспериментальным данным (2, 4, 6), экстраполируют различно

Точка рядом с экстраполяцией показана на рис. 10. Входные значения 2, 3 и 4 представляют собой экспериментальные данные. Как линейные, так и нелинейные функции точно представляют экспериментальные данные, но делают различные предсказания, когда подходят к точкам 5 и 6, т.е. когда функции используются для экстраполяции вне области экспериментальных данных. Невозможно без физического понимания сделать выбор между этими двумя.

Это могло истолковано как кризис, но вместо этого различие в прогнозируемых значениях могут быть приняты как показатель неточности экстраполяции. Эта неточность возникает, потому что функции экстраполируют представленные данные по-разному. Чрезвычайно полезно иметь этот показатель неточности, когда имеешь дело с нелинейными функциями, которые физически не обоснованы. Работа Маккей оригинальна в выражении нейронных сетей в Байесовой структуре так, чтобы неточности моделирования стали прозрачными [16].

Сегодня существуют примеры, где нейронные сети в комбинации с расчетами микроструктуры и опытом пересекаются при разработке сварочных сплавов. Несколько этих примеров представлены в серии книг *Mathematical Modelling of Weld Phenomena I - VII*. Одна хорошая особенность сетевых

моделей то, что они с легкостью могут обновлены, как только будет доступно больше экспериментальных данных. Это часто перефразируют, говоря, что модели продолжают изучать и расширять основу знаний, заложенную в них.

Предложение по методикам разработки сплавов

Математические модели сварки никогда не смогут заменить эксперименты – эта задача слишком сложна. Однако, нет сомнения, что был достигнут значительный прогресс, что можно оправданно утверждать, что процесс разработки материалов для сварки должен происходить по схеме, показанной на рис. 11.

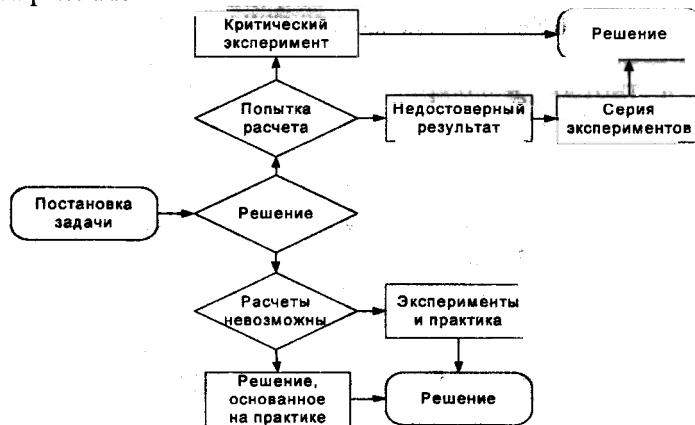


Рис. 11. Рекомендуемый алгоритм разработки сплава

Как только возникает потребность в разработке нового сплава и требования к разработке сформулированы, первым шагом должна быть сделана попытка расчета.

Есть много доступного программного обеспечения, которое может использоваться для этой цели. Если появляется убедительное теоретическое решение, могут быть разработаны критические эксперименты, в которых материалы производятся и испытываются.

Есть обстоятельства, где расчеты выглядят разумными, но погрешности (планки погрешностей), связанные с результатами, являются большими. Серия тщательно спланированных экспериментов может быть проведена, чтобы разрешить неточности. Было бы выгодно обществу в долгосрочной перспективе, если данные, связанные с этими экспериментами, были бы опубликованы, поэтому модели могли бы быть более достоверны.

Если на стадии решения (рис. 11) расчеты невозможны т.к. соответствующие модели не существуют (например, теория ползучести и усталости), оправдано проведение практических экспериментов, основанные на опыте.

Было бы прекрасно видеть, как развиваются процессы разработки сплавов через несколько лет, достаточно ли практики храбры, чтобы пробовать использовать модели и имеют ли разработчики моделей понимание

необходимости признать сложность сварки. Модели свободно доступны в Интернете

<http://www.msm.cam.ac.uk/map/map-main.html>

Наконец, это должно быть подчеркнуто, что большая часть этой работы не была бы возможна без огромного количества экспериментальной работы и вкладов в понимание большого количества людей, вовлеченных в дело. Ссылки на эту работу приведены в списке [1-14], и я приношу извинения, что невозможно описать их в этой короткой статье.

Список литературы

1. Grong. 1997. Metallurgical modelling of welding, 2nd edition, London: Institute of Materials, pp.1-602.
2. Easterling,K.E. 1992. Introdution to the physical metallurgy of welding, 2nd edition, Butterworths-Heineman.
3. Svensson, L.E. 1994 Control of microstructures and properties in steel arc welds, London: CRC Press.
4. Bhadeshia, H.K.D.H. Svensson, L.E. and Gretoft, B. 1985. Acta Metallurgica 33: 1271-1283.
5. Bhadeshia, H.K.D.H. Svensson, L.E. 1993. Mathematical modelling of weld phenomena. Eds. H. Czeriak and K.E. Easterling, London: Institute of Materials, pp.109-182.
6. Mundra, K., DebRoy, T., Basu,S.S., David, S.A., and Paul, A.J. 1995. Modelling of casting, welding and advanced solidification processes, VII. Eds. M. Cross and Campbell, TMMMS, pp.31-38.
7. Weisman, C. ed. 1981. Welding handbook, 7th edition, Miami, Fla.: American Welding Society.
8. Bhadeshia, H.K.D.H. Svensson, L.E. and Gretoft, B. 1986. Scandinavian Journal of Metallurgy 15: 97-103.
9. Bhadeshia, H.K.D.H. Svensson, L.E. and Gretoft, B. 1986. Journal of Materials Science 21: 3947-3951.
10. Bhadeshia, H.K.D.H. 1982. Metal Science 16: 159-167.
11. Bhadeshia, H.K.D.H. 1992. International trends in welding research. Eds. S.A. David and J.M.Vitek, Materials Park, Ohio: ASM International, pp. 213-222.
12. Bhadeshia, H.K.D.H. Svensson, L.E. 1997. Mathematical modelling of weld phenomena III. Eds. H. Czeriak and H.K.D.H. Bhadeshia, London: Institute of Materials, pp.229-284.
13. Bhadeshia, H.K.D.H. 1999. Trends in welding research. Eds. S.A. David, T DebRoy, J.A. Johnson, H.B. Smartt, and J.M.Vitek, Materials Park, Ohio: ASM International, pp. 795-804.
14. Bhadeshia, H.K.D.H. 1999. ISIJ International 39: 966-979.
15. Bhadeshia, H.K.D.H. 2001. ISIJ International 41: 626-640.
16. MacKay, D.J.C. 2003. Information theory, inference and learning algorithms, U.K.: Cambridge University Press.